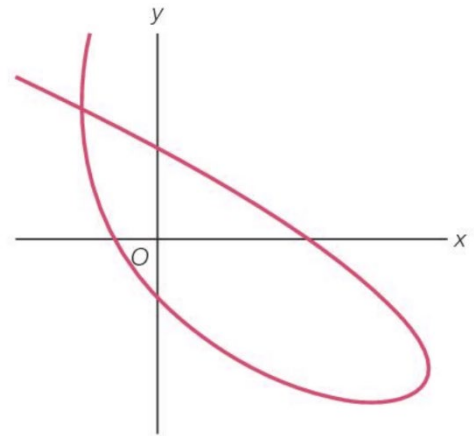


Eerste les nieuwe jaar: invuloefening

De baan van een punt P is gegeven door

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 5t + 6 \\ y(t) = t^2 - 4t - 1 \end{cases} \quad \text{met } t \text{ de tijd in seconden}$$

en x en y in cm.



De baan van het punt P noemen we een **parameterkromme**.

De **plaatsvector** van P is de vector

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 5t + 6 \\ t^2 - 4t - 1 \end{pmatrix}$$

De afgeleide van de plaatsvector is de **snelheidsvector**

$$\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} x'(t) \\ y'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t^2 - 6t + 5 \\ 2t - 4 \end{pmatrix}$$

Op $t = 3$ is de snelheidsvector gelijk aan

$$\vec{v}(3) = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

en dit betekent dat op $t = 2$ het punt P naar rechts/~~links~~* en omhoog/~~omlaag~~ beweegt*.

De afgeleide van de snelheidsvector is de **versnellingsvector**

$$\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} x''(t) \\ y''(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2t - 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Op $t = 3$ is de versnellingsvector gelijk aan

$$\vec{a}(3) = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

en dit betekent dat de snelheid van P op $t = 3$ in de positieve x -richting ~~toeneemt/afneemt~~/gelijk blijft* en in de positieve y -richting ~~toeneemt/afneemt~~/gelijk blijft*.

*streep door wat niet van toepassing is.

De **baansnelheid** is de ~~lengte~~ van de ~~richtingsvector/snelheidsvector/versnellingsvector~~*.

De formule van de baansnelheid is dus gelijk aan

$$v(t) = |\vec{v}(t)| = \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2}$$

We weten uit bovenstaande dat voor ons punt P geldt dat

$$\vec{v}(3) = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Dus is op $t = 3$ is de baansnelheid van punt P exact gelijk aan

$$v_b(3) = |\vec{v}(3)| = 2\sqrt{5} \text{ cm/s.}$$

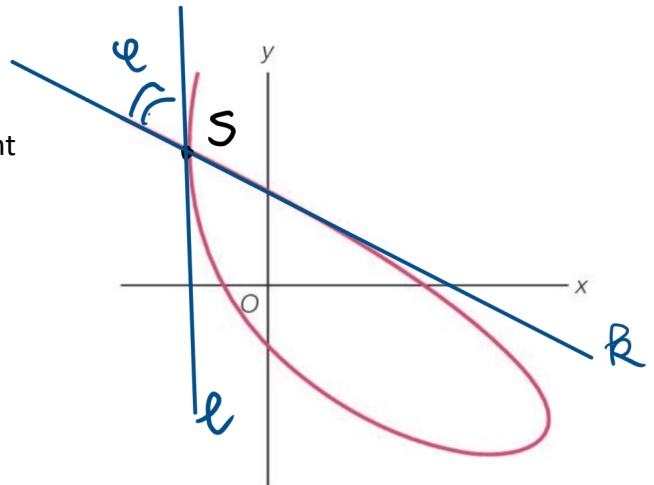
P gaat voor $t = -1$ en $t = 5$ door het punt $S(-2\frac{1}{3}, 4)$.

De hoek φ waaronder de baan zichzelf snijdt in dit punt bereken je door de hoek te berekenen tussen de twee raaklijnen k en l aan de baan van P in dit punt S .

We weten dat de *richtingsvector* van de raaklijn in een punt gelijk is aan de *snelheidsvector*. Dus

$$\vec{r}_k = \vec{v}(-1) = \begin{pmatrix} 12 \\ -6 \end{pmatrix} \text{ en}$$

$$\vec{r}_l = \vec{v}(5) = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}$$



Om de grootte van de hoek φ te berekenen waaronder de baan van P de x -as snijdt, bereken we de hoek tussen de richtingsvectoren van k en l .

Dan geldt dus

$$\cos(\varphi) = \frac{|\vec{r}_k \cdot \vec{r}_l|}{|\vec{r}_k| \cdot |\vec{r}_l|} = \frac{|(-12) \cdot (6)|}{|(-12)| \cdot |(6)|} = \frac{36}{6\sqrt{5} \cdot 6} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

en dus geldt dat $\varphi \approx 63,4^\circ$.

*streep door wat niet van toepassing is.