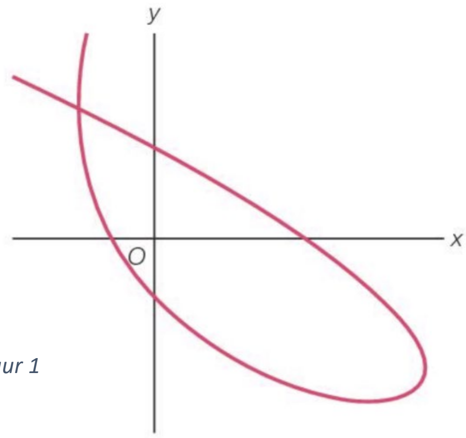
Invuloefening parametervergelijkingen

De baan van een punt P is gegeven door
$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 5t + 6 \\ y(t) = t^2 - 4t - 1 \end{cases} \text{ met } t \text{ de tijd in seconden}$$
en x en y in cm.



Figuur 1

De baan van het punt P noemen we een **parameterkromme**.

De **plaatsvector** van P is de vector

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \qquad\qquad \\ \qquad\qquad \end{pmatrix}$$

Op t = 3 is de plaatsvector gelijk aan

$$\vec{r}(3) = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

Dus de coördinaten van het punt P zijn dan P(,). Schets het punt P in figuur 1.

De afgeleide van de plaatsvector is de **snelheidsvector**

$$\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} x'(t) \\ y'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \qquad\qquad \\ \qquad\qquad \end{pmatrix}$$

Op t = 3 is de snelheidsvector gelijk aan

$$\vec{v}(3) = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

en dit betekent dat op t = 3 het punt P naar rechts/links* en omhoog/omlaag beweegt*.

De afgeleide van de snelheidsvector is de **versnellingsvector**

$$\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} x''(t) \\ y''(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \qquad\qquad \\ \qquad\qquad \end{pmatrix}$$

Op t = 3 is de versnellingsvector gelijk aan

$$\vec{a}(3) = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

en dit betekent dat de snelheid van P op t = 3 in de positieve x-richting toeneemt/afneemt/gelijk blijft* en in de positieve y-richting toeneemt/afneemt*.

*streep door wat niet van toepassing is.

De **baansnelheid** is de *lengte* van de plaatsvector/snelheidsvector/versnellingsvector*.

De formule van de baansnelheid is dus gelijk aan

$$v_b(t) = | \qquad\qquad | = \sqrt{\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

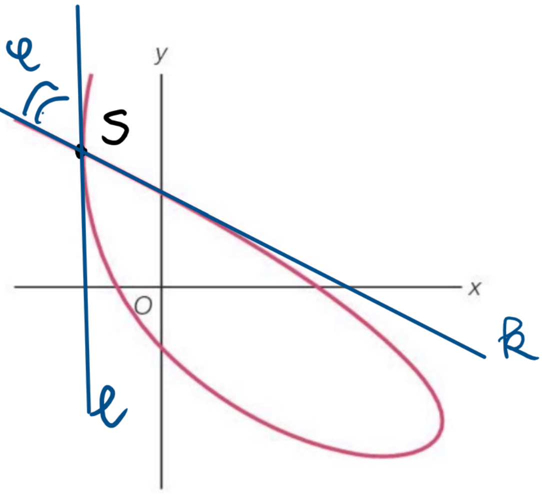
We weten uit bovenstaande dat voor ons punt *P* geldt dat

$$\vec{v}(3) = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

Dus is op *t* = 3 is de baansnelheid van punt *P* exact gelijk aan

$$v_b(3) = |\vec{v}(3)| = \qquad\qquad \text{cm/s.}$$

P gaat voor *t* = –1 en *t* = 5 door het punt $S\left(-2\frac{1}{3}, 4\right)$.



De hoek φ waaronder de baan zichzelf snijdt in dit punt bereken je door de hoek te berekenen tussen de twee raaklijnen *k* en *l* aan de baan van *P* in dit punt *S*.

We weten dat de *richtingsvector* van de raaklijn in een punt gelijk is aan de *snelheidsvector*. Dus

$\vec{r}_k = \vec{v}(-1) = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$ en

$\vec{r}_l = \vec{v}(5) = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$

Om de grootte van de hoek φ te bereken waaronder de baan van *P* de *x*-as snijdt, berekenen we de hoek tussen de richtingsvectoren van *k* en *l*.

Dan geldt dus

$$\cos(\varphi) = \frac{|\vec{r}_k \cdot \vec{r}_l|}{|\vec{r}_k| \cdot |\vec{r}_l|} = \cdots$$

en dus geldt dat $\varphi = \cos^{-1}(\ldots) \approx \quad \ldots \quad ^\circ$.

*streep door wat niet van toepassing is.