

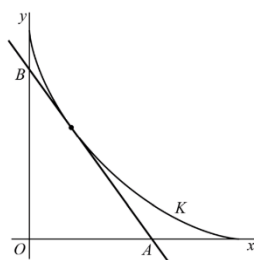
De kromme K is gegeven door de bewegingsvergelijkingen:

$$\begin{cases} x(t) = \cos^3(t) \\ y(t) = \sin^3(t) \end{cases} \text{ met } 0 < t < \frac{1}{2}\pi$$

In de figuur is kromme K getekend. Ook is voor een waarde van t in het bijbehorende punt van K de raaklijn aan K getekend.

De helling in het punt $(x(t), y(t))$ van K kan worden berekend met: $-\frac{\sin(t)}{\cos(t)}$

figuur



Bewijs dit.

3A

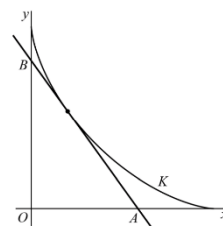
De kromme K is gegeven door de bewegingsvergelijkingen:

$$\begin{cases} x(t) = \cos^3(t) \\ y(t) = \sin^3(t) \end{cases} \text{ met } 0 < t < \frac{1}{2}\pi$$

In de figuur is kromme K getekend. Ook is voor een waarde van t in het bijbehorende punt van K de raaklijn aan K getekend.

De helling in het punt $(x(t), y(t))$ van K kan worden berekend met: $-\frac{\sin(t)}{\cos(t)}$

figuur



Een vergelijking van de raaklijn in het punt $(x(t), y(t))$ van K is:

$$y = -\frac{\sin(t)}{\cos(t)}x + \sin(t)$$

Bewijs dat deze vergelijking juist is.

3B

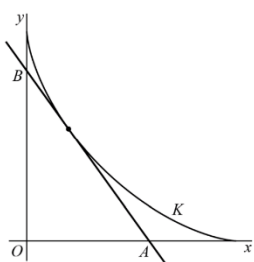
De kromme K is gegeven door de bewegingsvergelijkingen:

$$\begin{cases} x(t) = \cos^3(t) \\ y(t) = \sin^3(t) \end{cases} \text{ met } 0 < t < \frac{1}{2}\pi$$

In de figuur is kromme K getekend. Ook is voor een waarde van t in het bijbehorende punt van K de raaklijn aan K getekend.

De helling in het punt $(x(t), y(t))$ van K kan worden berekend met: $-\frac{\sin(t)}{\cos(t)}$

figuur



De raaklijn snijdt de x -as in punt A en de y -as in punt B .

Bewijs dat de lengte van het lijnstuk AB constant is.

3C

$$f(x) = \sin(x)\cos(2x)$$

Het functievoorschrift van f kan worden herleid tot:

$$f(x) = \frac{1}{2}(\sin(3x) - \sin(x))$$

Dit kan bijvoorbeeld worden bewezen door de vorm $\sin(t+u) - \sin(t-u)$ voor een geschikte keuze van t en u te herleiden.

Bewijs dat $\frac{1}{2}(\sin(3x) - \sin(x)) = \sin(x)\cos(2x)$.

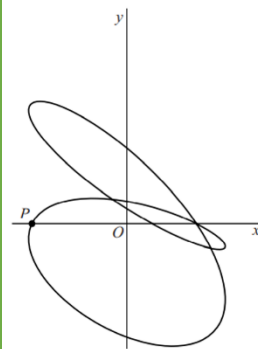
3D

De beweging van een punt P wordt beschreven door de volgende bewegingsvergelijkingen:

$$\begin{cases} x(t) = \cos(2t) - \sin(2t) \\ y(t) = \sin(2t) - \sin(t) \end{cases} \quad \text{met } 0 \leq t \leq 2\pi$$

Op verschillende tijdstippen bevindt P zich op de x -as. Op een van die tijdstippen bevindt P zich links van de y -as. Zie figuur 1, waarin de positie van P op dit tijdstip is aangegeven. Bereken exact de x -coördinaat van P op dit tijdstip.

figuur 1



4A

Voor elke waarde van a , met $a \neq 0$, is de functie f_a gegeven door:

$$f_a(x) = \frac{\sin(ax)}{1 - 2\cos(ax)}$$

Bereken exact voor welke waarden van a de lijn met vergelijking $x = \pi$ een verticale asymptoot is van de grafiek van f_a .

4B

De functie f wordt gegeven door $f(x) = 2\sin(x - \frac{1}{3}\pi)$. Het lijnstuk AB verbindt de punten $A(12\pi, 1)$ en $B(16\pi, 1)$. De grafiek van f snijdt dit lijnstuk in meerdere punten. Bereken exact de x -coördinaten van deze snijpunten.

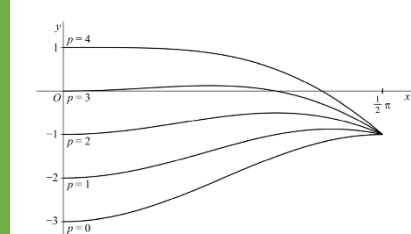
4C

Voor elke p met $0 \leq p \leq 4$ wordt de functie f_p met domein $0 \leq x \leq \frac{1}{2}\pi$ gegeven door:

$$f_p(x) = -2\cos^2(x) + p \cdot \cos(x) - 1$$

In figuur 1 is voor enkele waarden van p de grafiek van f_p getekend.

figuur 1



De grafiek van f_3 heeft behalve de oorsprong een tweede gemeenschappelijk punt met de x -as.

Bereken exact de x -coördinaat van dat tweede gemeenschappelijke punt.

4D

Voor elke waarde van a , met $a \neq 0$, is de functie f_a gegeven door:

$$f_a(x) = \frac{\sin(ax)}{1 - 2\cos(ax)}$$

Bewijs dat de grafiek van f_2 puntsymmetrisch is in het punt $(\frac{1}{2}\pi, 0)$.

Toon dit aan.

5_A

De functies f en g zijn gegeven door:

$$f(x) = 3\cos(2x) - \sqrt{2x} \quad \text{en}$$

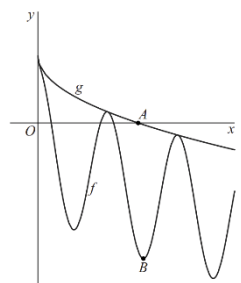
$$g(x) = 3 - \sqrt{2x}$$

De grafiek van g snijdt de x -as in punt A .
De grafiek van f heeft diverse toppen, alle met een positieve x -coördinaat.
Punt B is de derde van deze toppen.
Zie de figuur.

Er geldt: punt B ligt rechts van punt A .

Toon dit aan met behulp van de afgeleide van f .

figuur



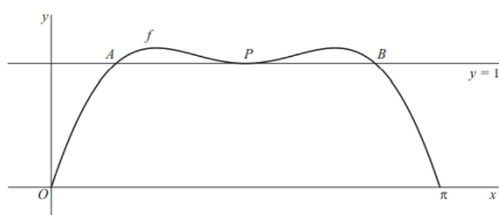
5_B

Op het domein $[0, \pi]$ is de functie f gegeven door:

$$f(x) = 3\sin(x) - 2\sin^2(x)$$

De grafiek van f snijdt de x -as in de punten $(0, 0)$ en $(\pi, 0)$. Zie figuur 1.

figuur 1



De lijn met vergelijking $y = 1$ raakt de grafiek van f in het punt $P(\frac{1}{2}\pi, 1)$.

Deze lijn heeft nog twee andere punten met de grafiek van f gemeenschappelijk.

Bereken exact de afstand tussen deze twee andere punten.

5_C

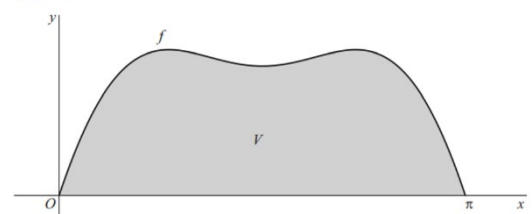
Op het domein $[0, \pi]$ is de functie f gegeven door:

$$f(x) = 3\sin(x) - 2\sin^2(x)$$

De grafiek van f snijdt de x -as in de punten $(0, 0)$ en $(\pi, 0)$. Zie figuur 1.

V is het gebied dat wordt ingesloten door de x -as en de grafiek van f .
Zie figuur 2.

figuur 2



Bereken exact de oppervlakte van V .

5_D